

反比例函数

一、数学冲浪

1. 已知函数 $y = (m - 2)x^{|m| - 3}$ 是反比例函数，则 $m =$ _____.

【答案】 -2

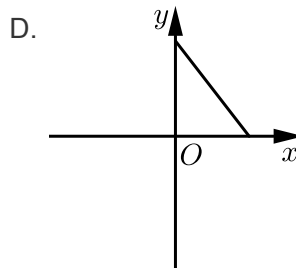
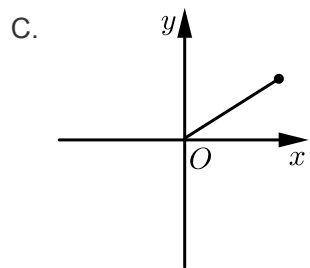
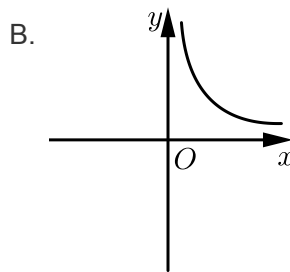
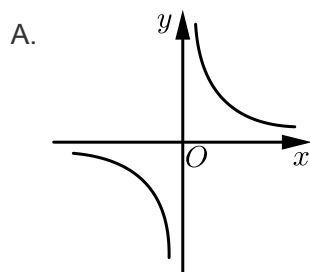
【解析】 依题意得： $|m| - 3 = -1$ 且 $m - 2 \neq 0$,

解得 $m = -2$.

故答案为： -2 .

【标注】 【知识点】根据反比例函数定义解题

2. 已知矩形的面积为10，它的一组邻边长分别 x ， y ，则 y 与 x 之间的函数关系用图象表示大致（ ）.



【答案】 B

【解析】 y 与 x 之间的函数关系是： $y = \frac{10}{x}$ ，其中 $x > 0$.

【标注】 【知识点】矩形的周长与面积

【知识点】反比例函数增减性

【能力】推理论证能力

3. 某反比例函数的图象经过点 $(-3, 4)$ ，则此函数图象也经过点() .

A. $(2, -6)$

B. $(2, 6)$

C. $(3, 4)$

D. $(4, 3)$

【答案】 A

【解析】 设该反比例函数解析式为 $y = \frac{k}{x}$,

则 $4 = \frac{k}{-3}$, 得 $k = -12$,

$\therefore 2 \times (-6) = -12$, 故选项A正确 ,

$\therefore 2 \times 6 = 12$, 故选项B错误 ,

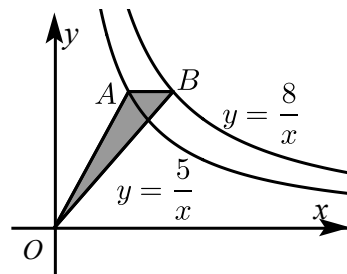
$\therefore 3 \times 4 = 12$, 故选项C错误 ,

$\therefore 4 \times 3 = 12$, 故选项D错误 ,

故选 : A .

【标注】 【知识点】 点在反比例函数图象上

4. 如图，点A、点B分别在反比例函数 $y = \frac{5}{x}$ 和 $y = \frac{8}{x}$ 的图象上，且 $AB \parallel x$ 轴，则 $\triangle OAB$ 的面积等于 _____ .



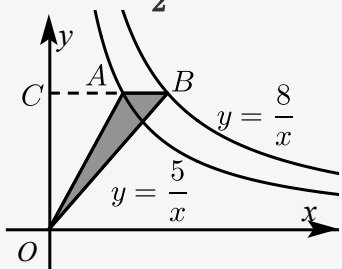
【答案】 $\frac{3}{2}$

【解析】 延长BA交y轴于点C ,

$S_{\triangle OAC} = \frac{1}{2} \times 5 = \frac{5}{2}$, $S_{\triangle OCB} = \frac{1}{2} \times 8 = 4$,

则 $S_{\triangle OAB} = S_{\triangle OCB} - S_{\triangle OAC} = 4 - \frac{5}{2} = \frac{3}{2}$.

故答案为 : $\frac{3}{2}$.



【标注】 【知识点】 反比例函数的系数k的几何意义

5. 在反比例函数 $y = \frac{k-1}{x}$ 的图象的每一条曲线上， y 随着 x 的增大而增大，则 k 的取值范围是_____.

【答案】 $k < 1$

【解析】 $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k-1}{x}$ 的图象的每一条曲线上， y 随着 x 的增大而增大，

$$\therefore k-1 < 0,$$

$$\therefore k < 1.$$

故答案为： $k < 1$.

【标注】【知识点】反比例函数系数与图象关系

【知识点】反比例函数增减性

6. 若点 $A(1, -6)$ 、点 $B(m, 3)$ 在同一反比例函数的图象上，则 m 的值为_____.

【答案】 -2

【解析】 设反比例函数解析式为 $y = \frac{k}{x}$,

$$\therefore xy = k,$$

代入 $A(1, -6)$, $B(m, 3)$, 得 $1 \times (-6) = 3m$,

设反比例函数解析式为 $y = \frac{k}{x}$,

$$\therefore xy = k,$$

代入 $A(1, -6)$, $B(m, 3)$, 得 $1 \times (-6) = 3m$,

解得： $m = -2$.

【标注】【知识点】点在反比例函数图象上

7. 反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象如图所示，以下结论：

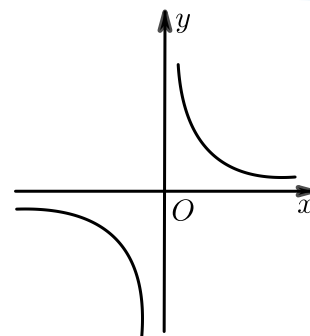
①常数 $m < -2$.

②若 $A(-1, h)$, $B(2, k)$ 在图象上，则 $h < k$.

③ y 随 x 的增大而减小.

④若 $P(x, y)$ 在图象上，则 $P'(-x, -y)$ 也在图象上.

其中正确的是().



A. ①②

B. ③④

C. ②③

D. ②④

【答案】 D

【解析】 $\because$ 反比例函数图象经过第一、三象限，

$\therefore m > 0$ ，所以①错误．

在每一象限， y 随 x 的增大而减小，所以③错误；

$\because A(-1, h)$ ， $B(2, k)$ 在图象上，

$\therefore h = -m$ ， $k = \frac{m}{2}$ ，

而 $m > 0$ ，

$\therefore h < k$ ，所以②正确．

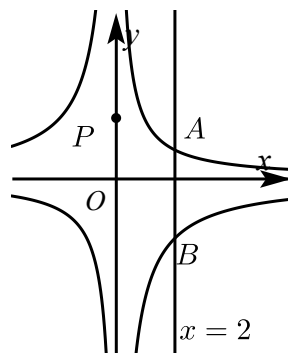
$\because m = xy = (-x) \cdot (-y)$ ，

$\therefore$ 若 $P(x, y)$ 在图象上，则 $P'(-x, -y)$ 也在图象上，所以④正确．

故选D．

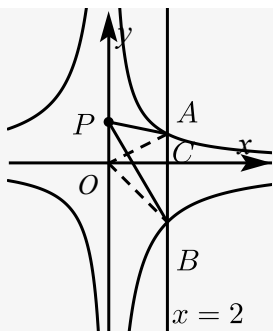
【标注】 【知识点】反比例函数系数与图象关系

8. 如图，直线 $x = 2$ 与反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 和 $y = -\frac{k}{x}$ 的图象分别交于 A 、 B 两点．若点 P 是 y 轴上任意一点， $\triangle PAB$ 的面积是3，则 $k =$ _____．



【答案】 4

【解析】 如图，



$\because$ 点 P 是 y 轴上任意一点，直线 $x = 2$ 与反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 和 $y = -\frac{k}{x}$ 的图象分别交于 A 、 B 两点（即 $AB \parallel y$ 轴），

$$\therefore S_{\triangle OAB} = S_{\triangle PAB} = 3,$$

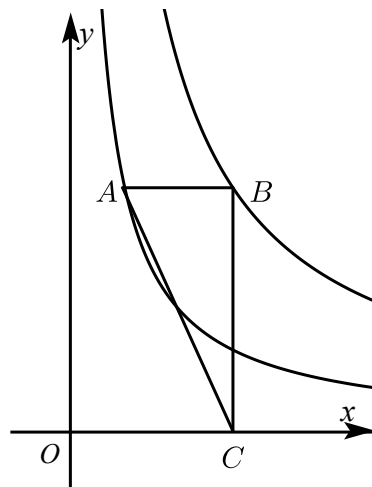
又 $\because$ 点 A 、 B 分别是反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 和 $y = -\frac{k}{x}$ 的图象上的点，

$$\therefore S_{\triangle OAB} = S_{\triangle OAC} + S_{\triangle OBC} = \frac{1}{2} \times 2 + \frac{1}{2} |-k| = 3,$$

解得， $k = 4$ 或 $k = -4$ （不合题意，舍去）。

【标注】【知识点】反比例函数的系数 k 的几何意义

9. 如图，点 A 在反比例函数 $y = \frac{2}{x} (x > 0)$ 的图象上，点 B 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象上， $AB \parallel x$ 轴， $BC \perp x$ 轴，垂足为 C ，连接 AC ，若 $\triangle ABC$ 的面积为 2，则 k 的值为 _____。



【答案】 6

【解析】 延长 BA ，交 y 轴于 M ，作 $AN \perp x$ 轴于 N ，

$\because$ 点 A 的反比例函数 $y = \frac{2}{x} (x > 0)$ 的图象上， $AB \parallel x$ 轴， $BC \perp x$ 轴，

$$\therefore S_{\text{四边形}OMAN} = 2,$$

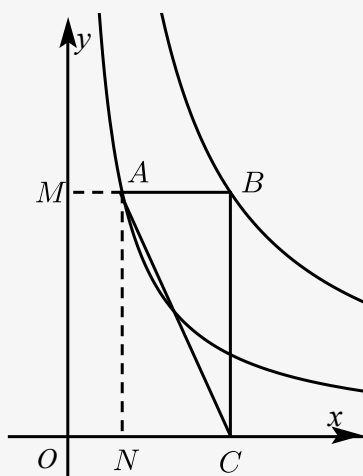
$\because$ 点 B 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象上，

$$\therefore S_{\text{四边形}OMBC} = k,$$

$$\therefore S_{\text{四边形}ANCB} = S_{\text{四边形}OMBC} - S_{\text{四边形}OMAN} = k - 2 = 2S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore k - 2 = 2 \times 2 ,$$

解得 $k = 6$.



【标注】【知识点】反比例函数的系数k的几何意义

10. 如果点 $A(x_1, y_1)$ 和点 $B(x_2, y_2)$ 是直线 $y = kx - b$ 上的两点, 且当 $x_1 > x_2$ 时, $y_1 < y_2$, 那么函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象位于 _____ 象限 .

【答案】 二、四

【解析】 $\because$ 当 $x_1 < x_2$ 时, $y_1 < y_2$,

$$\therefore k < 0 ,$$

$\therefore$ 函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象在二、四象限 .

故答案是 : 二、四 .

【标注】【知识点】反比例函数与一次函数综合

11. 在平面直角坐标系 xOy 中 . 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象经过点 $A(3, 4)$. 将线段 OA 顺时针旋转 45° 得线段 OB . 点 B 在反比例函数图象上 . 此时点 B 的坐标为 _____ .

【答案】 $(4, 3)$

【解析】 $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象经过点 $A(3, 4)$,

$$\therefore k = 3 \times 4 = 12 ,$$

$\therefore$ 反比例函数解析式为 $y = \frac{12}{x}$.

$\because$ 点 B 在反比例函数图象上 ,

$\therefore$ 可设点 B 的坐标为 $\left(x, \frac{12}{x}\right)$.

∴将线段 OA 顺时针旋转 45° 得线段 OB ,

∴ $OB = OA$, 且 $x > 0$,

$$\therefore x^2 + \left(\frac{12}{x}\right)^2 = 3^2 + 4^2,$$

解得 $x = \pm 3$, $x = \pm 4$,

$x = -3$, $x = -4$ 与 $x > 0$ 矛盾, 舍去,

$x = 3$ 与点 A 重合, 舍去,

$x = 4$ 符合题意,

∴点 B 的坐标为 $(4, 3)$.

故答案为: $(4, 3)$.

【标注】【知识点】反比例函数与三角形综合

12. 已知反比例函数 $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$)的图象, 在每一象限内, y 的值随 x 值的增大而减少, 则一次函数 $y = -ax + a$ 的图象不经过().

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】 C

【解析】 ∵反比例函数 $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$)的图象, 在每一象限内, y 的值随 x 值的增大而减少,

$$\therefore a > 0,$$

$$\therefore -a < 0,$$

∴一次函数 $y = -ax + a$ 的图象经过第一、二、四象限, 不经过第三象限.

故选: C.

【标注】【知识点】反比例函数系数与图象关系

13. 在反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象上有三个点 $A(-1, a)$, $B(2, b)$, $C(3, c)$, 则下列表述 a , b , c 大小关系正确的是().

A. $a < b < c$ B. $a < c < b$ C. $b < a < c$ D. $b < c < a$

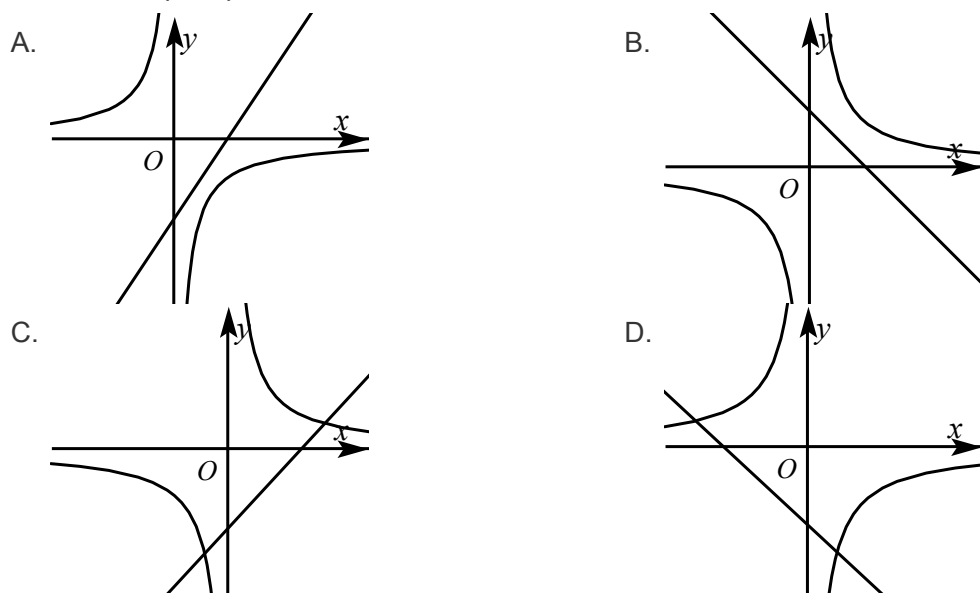
【答案】 B

【解析】 由题意得上述 a , b , c 大小关系正确的是 $a < c < b$.

故选B.

【标注】【知识点】反比例函数增减性

14. 一次函数 $y = ax + b$ 与反比例函数 $y = \frac{a-b}{x}$ ，其中 $ab < 0$ ， a 、 b 为常数，它们在同一坐标系中的图象可以是（ ）。



【答案】 C

【解析】 A. 由一次函数图象过一、三象限，得 $a > 0$ ，交 y 轴负半轴，则 $b < 0$ ，

满足 $ab < 0$ ，

$\therefore a - b > 0$ ，

$\therefore$ 反比例函数 $y = \frac{a-b}{x}$ 的图象过一、三象限，

所以此选项不正确；

B. 由一次函数图象过二、四象限，得 $a < 0$ ，交 y 轴正半轴，则 $b > 0$ ，

满足 $ab < 0$ ，

$\therefore a - b < 0$ ，

$\therefore$ 反比例函数 $y = \frac{a-b}{x}$ 的图象过二、四象限，

所以此选项不正确；

C. 由一次函数图象过一、三象限，得 $a > 0$ ，交 y 轴负半轴，则 $b < 0$ ，

满足 $ab < 0$ ，

$\therefore a - b > 0$ ，

$\therefore$ 反比例函数 $y = \frac{a-b}{x}$ 的图象过一、三象限，

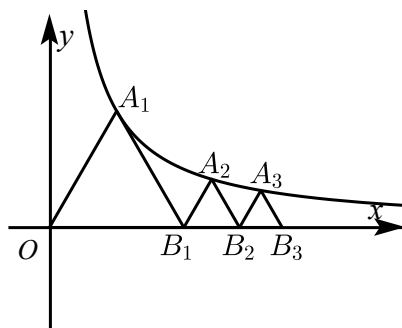
所以此选项正确；

D. 由一次函数图象过二、四象限，得 $a < 0$ ，交 y 轴负半轴，则 $b < 0$ ，

满足 $ab > 0$ ，与已知相矛盾，所以此选项不正确。

故选C。

15. 如图, 已知等边三角形 OA_1B_1 , 顶点 A_1 在双曲线 $y = \frac{4\sqrt{3}}{x} (x > 0)$ 上, 点 B_1 的坐标为 $(4, 0)$. 过 B_1 作 $B_1A_2 \parallel OA_1$ 交双曲线于点 A_2 , 过 A_2 作 $A_2B_2 \parallel A_1B_1$ 交 x 轴于点 B_2 , 得到第二个等 $\triangle B_1A_2B_2$; 过 B_2 作 $B_2A_3 \parallel B_1A_2$ 交双曲线于点 A_3 , 过 A_3 作 $A_3B_3 \parallel A_2B_2$ 交 x 轴于点 B_3 , 得到第三个等边 $\triangle B_2A_3B_3$; 以此类推, $\dots$, 则点 B_5 的坐标为 _____.



【答案】 $(4\sqrt{5}, 0)$

【解析】方法一: 设 $B_1(x_1, 0)$,

$\because \triangle OA_1B_1$ 是等边三角形,

$$\therefore A_1\left(\frac{x_1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}x_1\right),$$

$\because A_1$ 在双曲线 $y = \frac{4\sqrt{3}}{x}$ 上,

$$\therefore \frac{x_1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}x_1 = 4\sqrt{3},$$

$$\therefore x_1^2 = 16 (x_1 > 0),$$

$$\therefore x_1 = 4,$$

设 $B_2(x_2, 0)$ 、 $B_3(x_3, 0)$, $B_4(x_4, 0)$, $B_5(x_5, 0)$,

$$A_2\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{\sqrt{3}(x_2 - x_1)}{2}\right),$$

$$A_3\left(\frac{x_3 + x_2}{2}, \frac{\sqrt{3}(x_3 - x_2)}{2}\right),$$

$$A_4\left(\frac{x_4 + x_3}{2}, \frac{\sqrt{3}(x_4 - x_3)}{2}\right),$$

$$A_5\left(\frac{x_5 + x_4}{2}, \frac{\sqrt{3}(x_5 - x_4)}{2}\right),$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{4}(x_2^2 - x_1^2) = \frac{\sqrt{3}}{4}(x_3^2 - x_2^2) = \frac{\sqrt{3}}{4}(x_4^2 - x_3^2)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4}(x_5^2 - x_4^2)$$

$$= 4\sqrt{3},$$

$$\therefore x_2^2 - x_1^2 = x_3^2 - x_2^2 = x_4^2 - x_3^2 = x_5^2 - x_4^2 = 16 ,$$

$$\therefore x_2^2 = 2 \times 16 ,$$

$$x_3^2 = 3 \times 16 ,$$

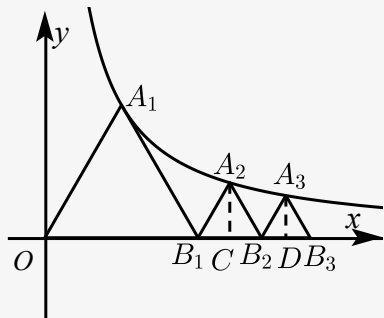
$$x_4^2 = 4 \times 16 ,$$

$$x_5^2 = 5 \times 16 ,$$

$$\therefore x_5 = 4\sqrt{5} ,$$

$$\therefore B_5(4\sqrt{5}, 0) .$$

方法二：如图，



作 $A_2C \perp x$ 轴于点 C ，设 $B_1C = a$ ，则 $A_2C = \sqrt{3}a$ ，

$$OC = OB_1 + B_1C = 4 + a, A_2 = (4 + a, \sqrt{3}a) .$$

$\therefore$ 点 A_2 在双曲线 $y = \frac{4\sqrt{3}}{x} (x > 0)$ 上，

$$\therefore (4 + a) \cdot \sqrt{3}a = 4\sqrt{3} ,$$

解得 $a = 2\sqrt{2} - 1$ ，或 $a = -2\sqrt{2} - 2$ （舍去），

$$\therefore OB_2 = OB_1 + 2B_1C = 4 + 4\sqrt{2} - 4 = 4\sqrt{2} ,$$

$\therefore$ 点 B_2 的坐标为 $(4\sqrt{2}, 0)$ ；

作 $A_3D \perp x$ 轴于点 D ，设 $B_2D = b$ ，则 $A_3D = \sqrt{3}b$ ，

$$OD = OB_2 + B_2D = 4\sqrt{2} + b, A_3(4\sqrt{2} + b, \sqrt{3}b) .$$

$\therefore$ 点 A_3 在双曲线 $y = \frac{4\sqrt{3}}{x} (x > 0)$ 上，

$$\therefore (4\sqrt{2} + b) \cdot \sqrt{3}b = 4\sqrt{3} ,$$

解得 $b = -2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$ ，或 $b = -2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$ （舍去），

$$\therefore OB_3 = OB_2 + 2B_2D = 4\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3} ,$$

$\therefore$ 点 B_3 的坐标为 $(4\sqrt{3}, 0)$ ；

同理可得点 B_4 的坐标为 $(4\sqrt{4}, 0)$ 即 $(8, 0)$ ；

以此类推...

$\therefore$ 点 B_n 的坐标为 $(4\sqrt{n}, 0)$ ，

$\therefore$ 点 B_5 的坐标为 $(4\sqrt{5}, 0)$ 。

【标注】【知识点】点坐标找规律

